Dr. Yuri Santos Rego
Sommersemester 2021
yuri.santos@ovgu.de

Erste Infos zur Vorlesung „Klassische Topologie“

Was macht die Topologie denn eigentlich?

Unsere Intuition sagt, ein „Raum“ sollte irgendwas sein, das eine Sammlung von Punkten darstellt, wo man aber auch unterscheiden kann, welche Punkte „nah aneinander“ stehen. (D.h. da gibt es einen Begriff der „Nachbarschaft“.) Die Topologie ist diejenige mathematische Disziplin, welche das Konzept des Raums präzis macht. Sie ist also ein vielseitiges Gebiet der Wissenschaft und taucht überall auf.

Da die topologische Definition eines Raums ziemlich flexibel ist, kann man sich vielleicht vorstellen, dass die Topologie in der Schnittstelle zwischen „totaler Abstraktion“ und „Untersuchung von fassbaren Objekten“ liegt und kann somit die Rolle einer Brücke zwischen beiden Denkweisen spielen.

Mithilfe der Topologie kann man viele intuitiven Fragen aus einer mathematischen Perspektive beantworten: Warum sind ein Donut und ein Berliner so verschieden? Was unterscheidet Seesterne und Fische? Warum gibt es keine flache Karte der Erde, welche alle Punkte richtig darstellt? Tiefe mathematische Probleme sollte man auch nicht vergessen: Ist jeder Kreis auf der Fläche eines Polytops zusammenziehbar? Warum hat ein Torus keine hyperbolische Metrik? Ist es tatsächlich so, dass die Ebene durch eine geschlossene Kurve immer in zwei zusammenhängende Teile zerlegt wird? All solche Fragen lassen sich in der Topologie behandeln (und klären!).

Die Veranstaltung

Die Vorlesung dient als eine Einführung in die allgemeine Topologie, in der wichtige Konzepte wie z.B. Räume, stetige Transformationen, Zusammenhang und Kurven sowie Kompaktheit formalisiert werden. Allerdings sind reiner Formalismus und reine Abstraktion *nicht* das Ziel der Veranstaltung, sondern die eigene mathematische Intuition über Formen, allgemeine Räume und geometrische Objekte zu entwickeln.

Daher werden wir uns sehr häufig mit vertrauten niedrig dimensionalen Objekten beschäftigen, welche historisch als Hauptbeispiele der klassischen Topologie gelten. (Hier heißt klassisch „bis zu den Arbeiten von Henri Poincaré und Max Dehn“.) Wir werden also konkrete Strukturen wie Kurven, Graphen, Flächen und Polyeder genauer untersuchen und dadurch viele intuitiven Fragen mit mathematischer Präzision beantworten können.

Da wir die Struktur der Euklidischen Räume für unsere Beispiele brauchen, werden Analysis II sowie Lineare Algebra I vorausgesetzt. Weil wir aber nur in niedrigen Dimensionen arbeiten werden, reicht es, sehr gut mit dem $\mathbb{R}^3$ analytisch sowie algebraisch umgehen zu können.

Zielgruppe

Die Topologie ist – wie oben angedeutet – vielseitig, daher eignet sich die Veranstaltung für Studierende in den Bachelorstudiengängen Mathematik sowie Lehramt an allgemeinbildenden Schulen mit Fach Mathematik und auch Mathematikingenieur*innen. Da wir fundamentale Konzepte der Mathematik mit einem passenden Grad an Formalismus besprechen werden, können auch Masterstudierende die Vorlesung besuchen.

Bringen Sie einfach Freude und Interesse an mathematischen Räumen und geometrischen Objekten mit! Sehr gute Grundkenntnisse der Analysis II und Linearen Algebra I sind erforderlich. Verschiedene Vorkenntnisse aus anderen Vorlesungen sind selbstverständlich von Vorteil (wobei auch kein muss). Wenn Sie sich wohl z.B. mit Kombinatorik (Graphen, Polygonen) oder Differentialgeometrie (Mannigfaltigkeiten) oder Geometrie (euklidisch, sphärisch, hyperbolisch, disrekt) oder Algebra (Gruppen, Varietäten) etc. fühlen (nicht alles auf einmal!), dann hat die Topologie sicher etwas für Sie.

Hauptthemen der Vorlesung

- Grundlagen: topologische Räume und Unterräume, Stetigkeit und Homöomorphismen, Verklebung von Räumen;
- Kerneigenschaften: Zusammenhang und Kompaktheit;
- Beispiele: Graphen und Kurven, Polygone und Flächen, Polyeder und Simplizialräume, Knoten und Verschlingungen;
- Kernergebnisse: Planarität von Graphen, Klassifizierung von 1-dimensionalen Räumen, Sätze von Jordan und Schoenflies, Triangulierbarkeit und Klassifizierung von Flächen;
- Zentrale Fragen in höheren Dimensionen.

Ablauf

- Vorlesung 4 SWS mit integrierter Übung, also 3+1 Vorlesung;
- Aufgrund der laufenden Coronapandemie wird die Veranstaltung prinzipiell in *Digitalformat* geplant;
- Die Übungen finden alle 2 Wochen *online* statt;
- Jede Woche wird es eine einzige Hausaufgabe geben, welche Sie mit bis zu 2 Kommiliton*innen abgeben müssen;
- Zusätzlich wird jede Woche eine kleine Liste freiwilliger Hausaufgaben zur Verfügung gestellt;

- Da die Themen der Vorlesung in gewisser Weise Vorstellungskraft und Abstraktion benutzt, braucht die Veranstaltung Ihre Inputs – also häufige Fragenstellung und interaktive Diskussionen. Daher ist `Moodle` die zentrale Anlaufstelle der Veranstaltung;
- Das Moodle Forum ist die erste Anlaufstelle für Fragen und Antworten rund um die Vorlesung (Ablauf, Stoff, Übungen usw.). **Alle** Vorlesungsmaterialien werden dort verlinkt und Ankündigungen dort gepostet.
- Für Liveereignisse online nutzen wir `Zoom`. Es ist auch geplant, einen „Online-Tee-Raum" für die Veranstaltung zu haben, welcher stets zur Verfügung steht und nur von Ihnen und Ihren Kommiliton*innen benutzt wird. Dort können Sie sich treffen und alles rund um die Vorlesung live diskutieren, insbesondere Aufgaben und Stoff gemeinsam besprechen.
- **Weitere genauere Infos** zur Veranstaltung werden in den kommenden Wochen online bekannt gegeben. Haben Sie bitte ein Auge auf die **LSF**-Seite der Vorlesung.

Fragen? Kontakt?

Wenn Sie weitere Fragen haben, können Sie mich jederzeit ansprechen – die gute alte E-Mail funktioniert immer noch! Einfach schreiben: `yuri.santos@ovgu.de`
Ich freue mich darauf, Sie in der Vorlesung begrüßen zu dürfen! Bis dann!