

# Übungsblatt 10

16.12.2022

Lineare Abbildungen

## Hausaufgaben

(Abgabe über Moodle bis spätestens 23:59 Uhr am 2. Januar 2023.)

### Aufgabe H1

Die *Konjugationsabbildung* komplexer Zahlen ist die Abbildung  $\kappa : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  definiert durch die Zuordnung

$$z = x + iy \mapsto \bar{z} := x - iy \in \mathbb{C}.$$

- a) Beweisen Sie, dass die Konjugationsabbildung  $\kappa$  linear ist, wenn  $\mathbb{C}$  wie gewöhnlich als  $\mathbb{R}$ - oder  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum interpretiert wird, aber *nicht* wenn  $\mathbb{C}$  als  $\mathbb{C}$ -Vektorraum interpretiert wird.
- b) Zeigen Sie, dass  $\kappa^2 = \text{id}$  und beschreiben Sie in Ihren eigenen Worten, was  $\kappa$  geometrisch auf  $\mathbb{C}$  macht.
- c) Betrachten Sie nun den  $\mathbb{C}$ -Vektorraum  $V := \mathbb{C}^2$  und die von  $\kappa$  induzierte Abbildung auf Koordinaten, also

$$f : V \rightarrow V, \quad v = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \mapsto f(v) := \begin{pmatrix} \kappa(z_1) \\ \kappa(z_2) \end{pmatrix}.$$

Beweisen Sie, dass  $f$  nicht linear ist aber trotzdem die lineare Unabhängigkeit erhält, d.h. zwei Vektoren  $u, v \in V$  sind genau dann linear unabhängig, wenn  $f(u), f(v) \in V$  linear unabhängig sind.

### Aufgabe H2

Geben Sie explizite Beispiele linearer Abbildungen  $\phi : V \rightarrow W$  an, welche die folgenden Eigenschaften haben:

- a)  $\phi$  surjektiv mit Kern  $\ker \phi \neq \{0\}$ ;
- b)  $\phi$  injektiv mit Bild  $\text{im } \phi \subsetneq W$ ;
- c)  $\phi$  Isomorphismus, aber nicht die Identitätsabbildung;
- d)  $\phi$  mit Kern  $\ker \phi \neq \{0\}$  sowie Bild  $\text{im } \phi \subsetneq W$ .

Begründen Sie dabei Ihre Antwort (d.h. erklären Sie, warum Ihre Beispiele die gewünschten Eigenschaften haben).

(Bitte umblättern!)

### Aufgabe H3

Hören Sie sich die Folge „Modell238“ des Podcasts „Modellansatz“ (verfügbar unter dem Link <https://www.math.kit.edu/ianm4/seite/ma-verkehrsflusssimulation/de>) an. Am Ende reflektieren die Studierenden über das Studienfach Mathematik und ihren Studienstart. Erzählen Sie in Form eines kleinen Texts...

- a) warum die Studierenden sich für das Mathematikstudium entschieden haben und welche Erwartungen sie am Anfang des Studiums gemacht haben,
- b) welche Erfahrungen Sie bei der Umstellung von Schule auf Uni gemacht haben und
- c) vergleichen Sie das mit Ihren eigenen Erfahrungen beim Studienstart.



Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!