

## Übungsblatt 9

14. Dezember 2022

Produkte und Summen von Räumen, lineare Abbildungen

### Aufgaben zur Besprechung in der Übung am 21. Dezember 2022

#### Aufgabe P1

Sei  $\mathbb{K}$  ein Körper. Ferner sind  $\mathbb{K}$ -Vektorräume  $U$ ,  $V$ ,  $W$ ,  $V_1$  und  $V_2$  mit den folgenden Eigenschaften gegeben:

- $W$  hat eine Basis mit 3 Elementen und es gibt eine surjektive lineare Abbildung  $\phi : V \rightarrow W$ ;
- Der Raum  $U$  ist ein Untervektorraum von  $V$  derart, dass  $U$  ein Erzeugendensystem mit nur 1 Element besitzt und außerdem isomorph zum Kern von  $\phi$  ist;
- Ferner sind auch  $V_1$  und  $V_2$  Untervektorräume von  $V$ , die sich nur am Nullvektor schneiden, und  $V$  stimmt mit der Summe  $V_1 + V_2$  überein;
- $V_2$  hat Dimension 2 über  $\mathbb{K}$ .

Ansichts der obigen Situation...

- ... konstruieren Sie eine surjektive lineare Abbildung von  $V$  nach  $V_2$  ...
- ... und bestimmen Sie  $\dim_{\mathbb{K}}(V_1)$ .



Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!