

Übungsblatt 2

22. Oktober 2022

2-dimensionale lineare Algebra und Aussagenlogik

Aufgaben zur Besprechung in der Übung am 26. Oktober 2022

Aufgabe P1

Gegeben $t \in \mathbb{R}$ betrachten Sie die sogenannten 2×2 -Elementarmatrizen $E_{1,2}(t)$ und $E_{2,1}(t)$, gegeben durch $E_{1,2}(t) = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $E_{2,1}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t & 1 \end{pmatrix}$. Die dazu gehörigen Linearabbildungen $\phi_{E_{1,2}(t)}$ und $\phi_{E_{2,1}(t)}$ heißen *Scherungen* in der Ebene \mathbb{R}^2 . Es sei ferner ein Rechteck $\square \subset \mathbb{R}^2$ gegeben mit den Vertices \mathcal{O} , u , v und w :

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 0 \\ s \end{pmatrix} \text{ und } w = \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}, \text{ wobei } r, s \in \mathbb{R}.$$

Beschreiben Sie, was geometrisch mit dem Rechteck \square unter Anwendung der Scherungen $\phi_{E_{1,2}(t)}$ und $\phi_{E_{2,1}(t)}$ passiert. Wie ändert sich der Flächeninhalt von \square ?

Hinweis: Machen Sie sich Skizzen und betrachten Sie ein Beispiel. Können Sie sich veranschaulichen, welchen Effekt die Elementarmatrizen für verschiedene Werte von t haben?