

Übungsblatt 12

11. Januar 2023

Koordinaten

Aufgaben zur Besprechung in der Übung am 11. Januar 2023

Aufgabe P1

Gegeben sei ein \mathbb{K} -Vektorraum V mit einer Basis $\mathcal{B} = \{v_i \mid i \in I\}$.

- a) Erklären Sie, warum die Koordinaten eines Vektors $v \in V$ bezüglich der Basis \mathcal{B} *eindeutig* sind. (In anderen Worten: v besitzt eine einzige mögliche Darstellung als Linearkombination von Elementen aus \mathcal{B} .)
- b) Sei nun $\mathcal{A} = \{w_j \mid j \in J\}$ eine weitere Basis für V . Geben Sie einen Isomorphismus von $\mathbb{K}^{(\mathcal{A})}$ nach $\mathbb{K}^{(\mathcal{B})}$ an.

Aufgabe P2

Betrachten Sie die \mathbb{R} -Vektorräume $V = \mathbb{R}^3$, $W = \mathbb{R}^2$ und die lineare Abbildung

$$\varphi : V \rightarrow W, \quad v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \varphi(v) := \begin{pmatrix} x + y + z \\ x - y \end{pmatrix}.$$

Geben Sie verschiedene Basen jeweils von V und W sowie die zugehörigen Basisdarstellungen von φ an.